

Alla Scoperta delle Particelle Subatomiche

L. Passalacqua

INFN - Laboratori Nazionali di Frascati

In questa presentazione

Vi sarà:

- Una parte (10) molto formale che serve ad introdurre massa, spin, antimateria e classificazione in multipletti.
- Una parte storica (11) che parte dall'esperimento di Geiger e Marsden e va alla formulazione del Modello a Quarks
- Una parte formale (7) che descrive le indicazioni sperimentali dei quarks nella diffusione elettrone-protone
- Una parte (10) che descrive il modello a quarks
- Una parte (10) che descrive le indicazioni sperimentali dei quarks nelle collisioni e^+e^-

Non si parlerà di:

- Interazioni deboli
- Come sono state determinate le leggi che governano le forze

Le Particelle Elementari

Nome	Simbolo	Spin	Carica	Massa (MeV/c^2)	Interazione		
					Forte	Debole	Elettr.
Quarks							
<i>up</i>	<i>u</i>	1/2	+2/3	3	Si	Si	Si
<i>down</i>	<i>d</i>	1/2	-1/3	6	Si	Si	Si
<i>strange</i>	<i>s</i>	1/2	-2/3	125	Si	Si	Si
<i>charm</i>	<i>c</i>	1/2	+2/3	1250	Si	Si	Si
<i>bottom</i>	<i>b</i>	1/2	-1/3	4200	Si	Si	Si
<i>top</i>	<i>t</i>	1/2	+2/3	175000	Si	Si	Si
Leptoni							
elettrone	<i>e</i>	1/2	-1	0.5	No	Si	Si
muone	μ	1/2	-1	106	No	Si	Si
tau	τ	1/2	-1	1777	No	Si	Si
neutrino e	ν_e	1/2	0	$< 3 \cdot 10^{-6}$	No	Si	No
neutrino mu	ν_μ	1/2	0	< 0.2	No	Si	No
neutrino tau	ν_τ	1/2	0	< 18.2	No	Si	No
Particelle mediatrici delle interazioni							
fotone	γ	1	0	0	No	No	No
W (2)	W^+, W^-	1	± 1	80420	No	Si	Si
Z	Z	1	0	91200	No	Si	No
gluone (8)	<i>g</i>	1	0	0	Si	No	No

Meccanica Quantistica

- La funzione d'onda $\psi(\vec{x}, t)$ è un vettore di stato a componenti complesse definito uno spazio astratto (spazio di Hilbert).
- La probabilità di osservare al tempo t una particella nel volume $d\vec{x}$ intorno ad \vec{x}_0 è data da $|\psi(\vec{x}_0, t)|^2 \cdot d\vec{x}$.
- La funzione d'onda non è osservabile. Le quantità osservabili (energia, impulso ecc.) sono operatori che agiscono sulla funzione d'onda: $\hat{p} = -i\nabla$, $\hat{E} = i\delta/\delta t$, ecc. .
- Se un operatore che agisce sullo stato ψ soddisfa la relazione: $\hat{O}\psi = c_\psi\psi$ allora lo stato si dice autostato dell'operatore con autovalore c_ψ . La funzione d'onda può essere scomposta come sovrapposizione di autostati ortonormali:
$$\psi = \sum_{i=1}^n c_s u_s.$$
- Se due operatori non commutano:

$$(\vec{x}\vec{p} - \vec{p}\vec{x})\psi = [\vec{x}, \vec{p}]\psi \neq 0$$

lo stato non può essere autostato di entrambi simultaneamente.

- Gli operatori che non commutano sono quelli per cui valgono le relazioni di indeterminazione $\Delta_x \Delta p_x \geq \hbar$, $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, ecc.

Equazioni Celebri

Tre equazioni in particolare sono passate alla storia:

$$-i\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (\text{eq.diSchrodinger})$$

$$-i\hbar c\sum_{i=1}^3\alpha_i\frac{\partial\psi}{\partial x_i} + mc^2\beta\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (\text{eq.diDirac})$$

$$-\hbar^2\nabla^2\psi + m^2c^2\psi = -\frac{\hbar^2}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (\text{eq.diKlein - Gordon})$$

Queste equazioni tuttavia presentano delle incogruenze che vennero superate abbandonando l'ipotesi secondo la quale ψ rappresenta un singola particella.

Per rendere coerente la teoria ψ divenne un campo che per sua natura descrive molte particelle contemporaneamente. Questa operazione è chiamata *seconda quantizzazione*. Inoltre ψ divenne un operatore, esprimibile in serie di Fourier di onde piane di impulso fissato:

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\vec{k}}{(2k_0)^{1/2}} \{a_k e^{-ikx} + a_k^\dagger e^{ikx}\}$$

Gli operatori a_k^\dagger e a_k sono operatori di creazione e distruzione di singola particella.

Teorie Quantistiche di campo

Il Modello Standard è una teoria di campo quantistica. Le proprietà dei campi che descrivono le particelle e le loro interazioni sono descritte da una funzione, la *Lagrangiana* \mathcal{L} , la quale a sua volta determina la *Hamiltoniana* \mathcal{H} . La ampiezza di transizione tra lo stato i e lo stato f è dato dal valore medio dell'Hamiltoniana tra i due stati e la probabilità di transizione dal modulo quadro dell'ampiezza:

$$P(i \rightarrow f) = |\langle f | \mathcal{H} | i \rangle|^2$$

L'ampiezza di transizione che descrive l'interazione di due particelle è generalmente del tipo:

$$\langle f | \mathcal{H} | i \rangle \propto \alpha(q^2) \times A_\mu(f) \cdot C^{\mu\nu}(q^2, M^2) \cdot B_\nu(i)$$

dove $\alpha(q^2)$ è la *costante di accoppiamento* $C^{\mu\nu}(q^2, M^2)$ è il *propagatore* dell'interazione e dipende dal quadrimpulso scambiato nell'interazione q^2 e dalla massa M della particella mediatrice della forza, $A^\mu(f)$ e $B_\nu(i)$ sono delle quadricorrenti che dipendono dalla natura delle particelle interagenti.

In pratica la Lagrangiana descrive la dinamica del sistema. Trovare l'espressione della Lagrangiana che descrive i fenomeni osservati equivale a trovare la corretta espressione delle leggi di natura.

Tuttavia, anche se non si conosce l'espressione di \mathcal{L} , si possono comprendere proprietà fondamentali in base ai soli principi di simmetria imposti alla teoria.

Le Rotazioni

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad R_y(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix}$$

Una rotazione attorno alla direzione \vec{n} di un angolo α è descritta da $R(\alpha) = e^{i\vec{J}\cdot\vec{n}\alpha}$

$$J_z = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad J_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad J_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In virtù della non-abelianità del gruppo per i generatori vale la relazione:

$$[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k.$$

Utilizzando J^2 ed J_z , e ridefinendo $J_+ = J_x + iJ_y$ e $J_- = J_x - iJ_y$.

$$J^2|J, m\rangle = J(J+1)|J, m\rangle \quad J_z|J, m\rangle = m|J, m\rangle$$

$$J_+|J, m\rangle = \sqrt{J(J+1) - m(m+1)}|J, m+1\rangle \quad (J_+|J, J\rangle = 0)$$

$$J_-|J, m\rangle = \sqrt{J(J+1) - m(m-1)}|J, m-1\rangle \quad (J_-|J, -J\rangle = 0)$$

I gruppi $SU(n)$

Il gruppo delle rotazioni $O(3)$ conserva la lunghezza dei vettori $|\vec{x}| = x^2 + y^2 + z^2$.

I gruppi delle trasformazioni lineari che conservano $|x|^2 = \sum_{i=1}^n |x_i|^2$, dove x_i sono le componenti complesse di un 'vettore' di dimensione n sono i gruppi $SU(n)$.

$SU(n)$ = gruppo formato dalle matrici unitarie $n \times n$ con determinante 1.

Il gruppo $SU(2)$ ha come generatori:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{Matrici di Pauli}$$

per cui vale la relazione:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2} \right] &= i \epsilon_{ijk} \frac{\sigma_k}{2} \\ \sigma_0 &= \frac{\sigma_3}{2} \quad \sigma_{\pm} = \left(\frac{\sigma_1}{2} \pm i \frac{\sigma_2}{2} \right) \\ [\sigma_0, \sigma_{\pm}] &= \pm \sigma_{\pm} \quad [\sigma_+, \sigma_-] = 2\sigma_0 \end{aligned}$$

$$O(3)_{\alpha} \rightarrow SU(2)_{\alpha/2}.$$

Il gruppo $O(3)$ è il gruppo del Momento Angolare

Il gruppo $SU(2)$ è il gruppo dello spin

Riassunto

In sintesi: se un numero di operatori forma un gruppo i cui generatori soddisfano la condizione:

$$[X_\rho, X_\sigma] = \sum_\tau C_{\rho,\sigma}^\tau X_\tau$$

allora

1. Vi sono n generatori che commutano (rango del gruppo)
2. Gli altri generatori si riarrangiano in operatori di transizione
3. Vi sono n operatori quadratici che commutano con i generatori
4. Ogni stato è descritto da una coppia di numeri (J, m)
5. Dato J , vi sono $2J + 1$ stati possibili, che formano un *multipletto*
6. I generatori di transizione operano le transizioni all'interno del multipletto
7. Se vi è invarianza sotto le trasformazioni del gruppo gli stati del multipletto sono *degeneri*

Lo Spin Isotopico

Siano $a_p, a_n, a_p^\dagger, a_n^\dagger$ gli operatori di distruzione e creazione di protoni e neutroni della funzione d'onda. Allora:

$$B = a_p^\dagger a_p + a_n^\dagger a_n = N_p + N_n$$

$$\tau_+ = a_p^\dagger a_n \quad \tau_- = a_n^\dagger a_p \quad \tau_0 = \frac{1}{2}(a_p^\dagger a_p - a_n^\dagger a_n) = Q - \frac{1}{2}B$$

$$\tau_+|n\rangle = |p\rangle \quad \tau_-|p\rangle = |n\rangle \quad \tau_0|p\rangle = \frac{1}{2}|p\rangle \quad \tau_0|n\rangle = -\frac{1}{2}|n\rangle$$

Gli operatori τ soddisfano le regole di commutazione di $SU(2)$:

$$[\tau_0, \tau_+] = \tau_+ \quad [\tau_0, \tau_-] = -\tau_- \quad [\tau_+, \tau_-] = 2\tau_0$$

Il protone e il neutrone si possono quindi considerare come gli stati di un doppietto di spin isotopico o isospin $T = 1/2$.

$$\mathcal{N} = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$$

L'indipendenza dalla carica elettrica della forza forte implica l'indipendenza dall'isospin, poichè B è una costante.

Che la forza nucleare forte non dipende dalla carica elettrica viene dedotto dal fatto che i livelli energetici dei nuclei speculari, quali ad esempio ${}^{14}_6\text{C}_8$ e ${}^{14}_8\text{O}_6$, sono estremamente simili (le differenze sono dovute alla interazione elettromagnetica).

Un esempio: il deutone

Lo stato formato da due nucleoni è la combinazione di due stati di isospin $1/2$:

$$\begin{aligned} |1, 1\rangle & (pp) & |1, 0\rangle & \left(\frac{pn + np}{\sqrt{2}}\right) & |1, -1\rangle & (nn) & \textit{Tripletto} \\ & & |0, 0\rangle & \left(\frac{pn - np}{\sqrt{2}}\right) & & & \textit{Singoletto} \end{aligned}$$

In termini di teoria dei gruppi questo si scrive $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$

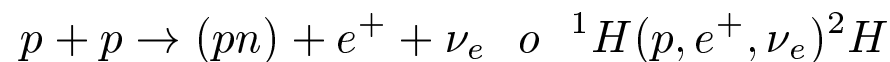
Il tripletto è uno stato simmetrico nello scambio $1 \leftrightarrow 2$, mentre il singoletto è antisimmetrico. Trascurando l'interazione elettromagnetica gli stati di tripletto hanno tutti la stessa energia, che è diversa da quella del singoletto.

$$\Psi_{\mathcal{N}-\mathcal{N}} = \eta_{spaziale} \cdot \chi_{spin} \cdot \xi_{isospin}$$

$\Psi_{\mathcal{N}-\mathcal{N}}$ deve essere antisimmetrica per $1 \leftrightarrow 2$. Di conseguenza al tripletto e al singoletto corrispondono configurazioni orbitali e di spin diverse.

Di fatto il singoletto è uno stato ad energia minore ed esiste in natura (il deuterio), mentre il tripletto ha energia maggiore e non è uno stato legato.

Questo è un bene perchè è il motivo per cui la reazione

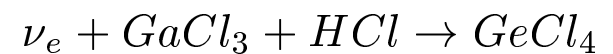


ha una bassa probabilità, ovvero il Sole brucia *lentamente*.

GALLEX



I neutrini prodotti nella fusione pp hanno energie fino a $E_\nu \sim 420 \text{ MeV}/c^2e$ sono stati rivelati sotto il Gran Sasso dal rivelatore GALLEX mediante la reazione:



(nella foto la Sala A dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso)

Il gruppo di Poincaré

Il gruppo delle trasformazioni relativistiche (continue):

$$(x^\mu)' = \Lambda^\mu_\nu x^\nu + a^\mu$$

è governato da tre tipi di trasformazioni:

- **Traslazioni:** $(-\infty, \infty)$
- **Rotazioni Spaziali:** periodiche in $[0, 2\pi]$
- **Boost:** limitate a $0 < \beta = v/c < 1$

Il gruppo ha 10 generatori: i 6 generatori $M^{\mu\nu}$ del gruppo di Lorentz e i 4 P^μ delle traslazioni spazio-temporali.

$$J_i = -\frac{1}{2}\epsilon_{ijk}M_{jk} \quad K_i = M_{j0} \quad i = 1, 2, 3$$

$$A_i = J_i + iK_i \quad B_i = J_i - iK_i$$

$$\boxed{[A_i, A_j] = i\epsilon_{ijk}A_k \quad [B_i, B_j] = i\epsilon_{ijk}B_k \quad [A_i, B_j] = 0}$$

che è una algebra del tipo $SU(2) \times SU(2)$: Il gruppo ha rango 2 e pertanto vi sono due invarianti di Casimir:

$$P_\mu P^\mu = m^2 \quad W_\mu W^\mu = -m^2 s(s+1)$$

dove $W_\sigma = -\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}M^{\mu\nu}P^\rho$ è l'operatore di Pauli-Lubanski.

Massa, Spin ed antimateria

Il fatto che le trasformazioni relativistiche formino un gruppo $SU(2)_L \times SU(2)_R$ implica:

1. la massa è una grandezza cinematica che caratterizza una particella
2. lo spin è una grandezza cinematica che caratterizza una particella
3. per una particella di spin S esistono $2S + 1$ stati possibili se $m \neq 0$
4. per una particelle di spin S esistono $2S$ stati possibili se $m = 0$
5. per un elettrone 2 stati di *chiralità* \times 2 stati di spin = 4 stati

Gli stati possibili di un elettrone sono dunque quattro:

$$e^- \uparrow, e^- \downarrow, e^+ \uparrow, e^+ \downarrow$$

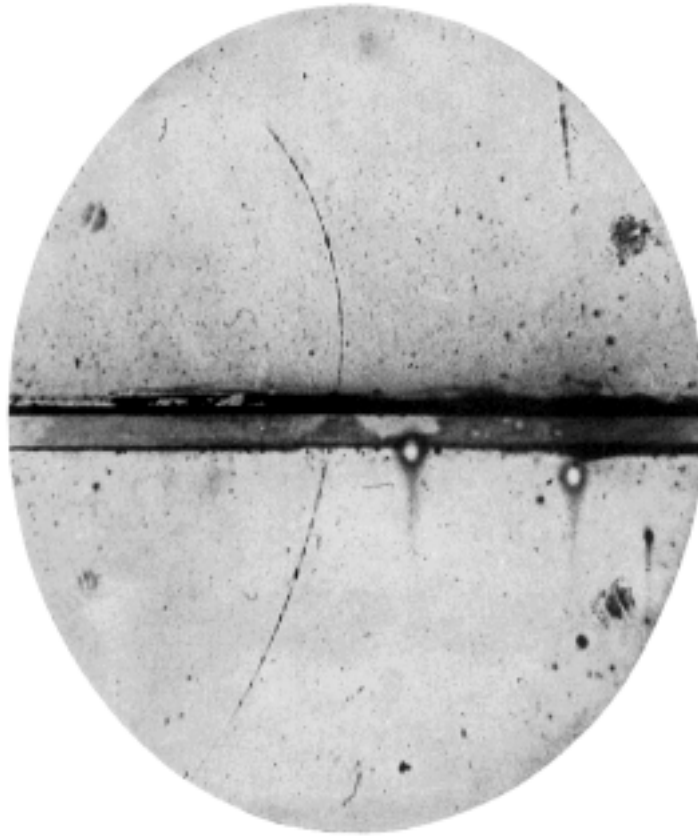
Tuttavia la chiralità coincide con l'essere particella/antiparticella solo per $m = 0$. In generale una particella ha entrambe le chiralità.

Lo spin si comporta come \vec{L} perchè è connesso alle rotazioni che coinvolgono un asse spaziale e uno temporale

L'antimateria è una conseguenza della struttura quadridimensionale dello spazio-tempo

Dirac stesso, in seguito alla formulazione della sua equazione (1928) si accorse che questa implicava l'esistenza di un'altra particella a spin 1/2 e carica positiva.

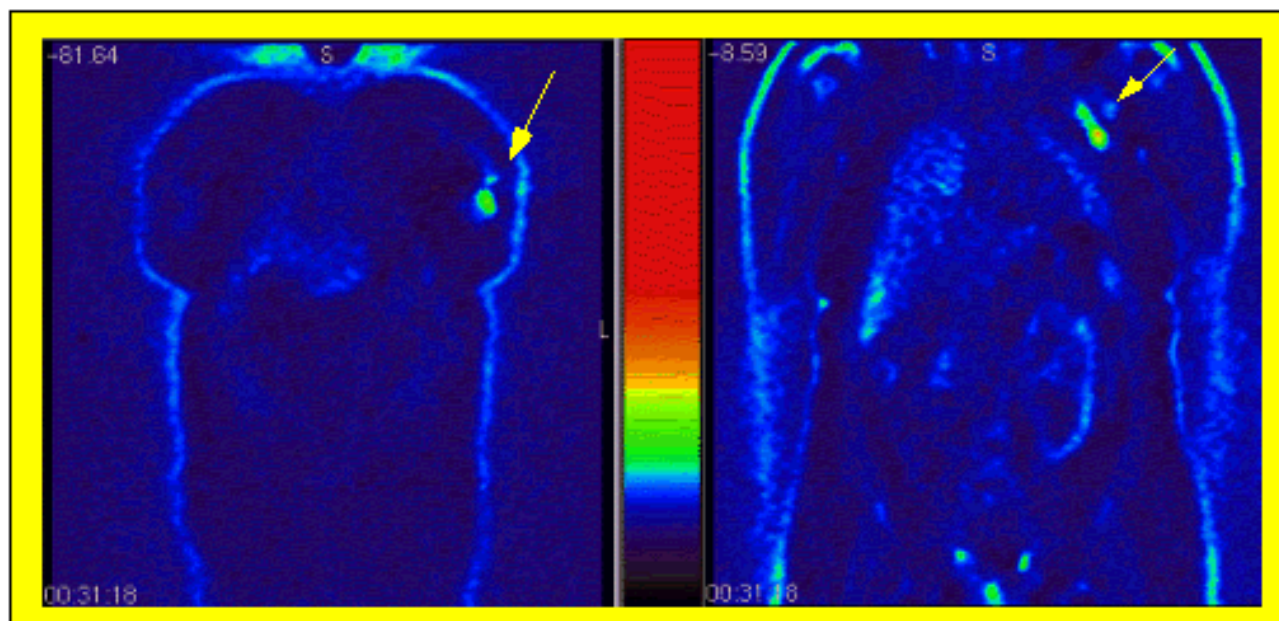
1933: Scoperta del positrone



Fotografia presa su camera a nebbia che testimonia il passaggio del primo positrone osservato.

Figura tratta da *The Positive Electron*, C.D. Anderson, *Physical Review* 43 (1933)

La PET



Evidenza di un tumore al torace tramite la Tomografia ad emissione di positroni (PET). La PET si basa sulla immissione di nuclei radioattivi che emettono positroni e sulla successiva reazione $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$. La PET, a differenza della TAC e della NMR che mostrano solo le strutture, è sensibile alla funzionalità chimica dei tessuti.

Figura tratta da <http://www.biomed.org/pet.html> (Biomedical Research Foundation of Northwest Louisiana)

L'elettromagnetismo non basta

- 1909 Hans Geiger ed Ernest Marsden misurano la diffusione $\alpha + Au$
- 1911 Ernest Rutherford propone il modello di atomo con nucleo puntiforme
- 1926 Lo spin intero del N_7^{14} fa pensare a componenti neutri elementari
- 1932 James Chadwick scopre il neutrone nella reazione $\alpha + Be_4^9 \rightarrow C_9^{12} + n$

	Massa (MeV/c^2)	Vita Media (s)	Isospin		Spin	Decade in
			T_3	T		
p	938.272	<i>stabile</i>	+1/2	1/2	1/2	—
n	939.565	887	-1/2	1/2	1/2	$pe^- \bar{\nu}_e$
e^-	0.511	<i>stabile</i>	-	-	1/2	—

- 1919 Rutherford scopre che in $\alpha + H \rightarrow \alpha + H$ l'elettromagnetismo fallisce a $r \approx 3.5 \times 10^{-13} cm$
- 1921 J. Chadwick e Etienne Bieler ipotizzano una nuova forza nucleare
- 1930 Wolfgang Pauli ipotizza *per disperazione* l'esistenza del neutrino
- 1932 Werner Heisenberg ipotizza il primo potenziale $\mathcal{N} - \mathcal{N}$
- 1934 Enrico Fermi propone la teoria del decadimento β tramite la reazione $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

La particella di Yukawa

- 1934 Hideki Yukawa ipotizza una potenziale nucleare del tipo $\exp[-kr]/r$ con $k = \hbar/mc$, $m \approx 200m_e$, e ritiene sia osservabile nei raggi cosmici
- 1937 Seth Neddermeyer e Carl Anderson scoprono un *elettrone pesante* nei raggi cosmici (ribattezzato *mesone* nel 1939)
- 1938 Nicholas Kemmer dimostra che deve esistere una terza particella di Yukawa (neutra) e che le tre formano un tripletto di Isospin 1.
- 1946 M. Conversi, E. Pancini e O. Piccioni dimostrano che la particella di Neddermeyer e Andersen non è la particella di Yukawa
- 1947 C. Powell *et al.*, grazie alle nuove emulsioni, osservano due mesoni:

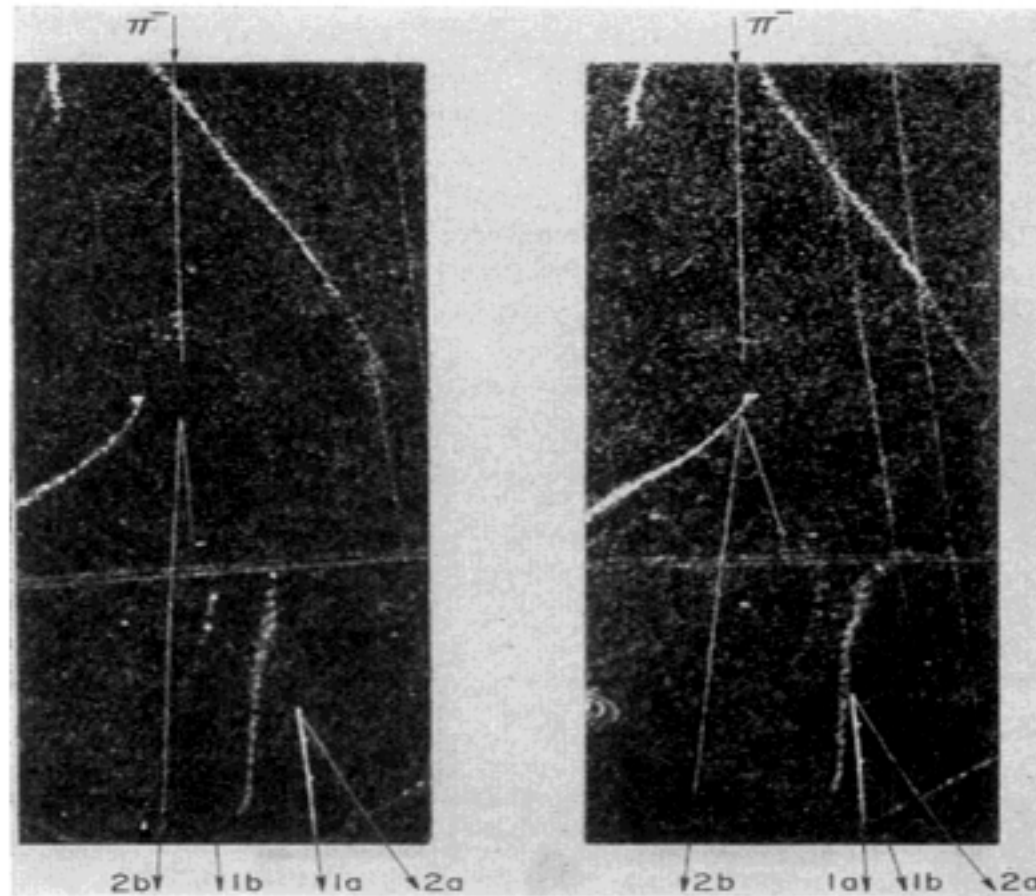
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

	Massa (MeV/c ²)	Vita Media (s)	Isospin		Spin	Decade in
			T ₃	T		
π^+	139.570	$2.603 \cdot 10^{-8}$	+1	1	0	$\mu^+ \nu_\mu$
π^0	134.977	$8.4 \cdot 10^{-17}$	0	1	0	$\gamma\gamma$
π^-	139.570	$2.603 \cdot 10^{-8}$	-1	1	0	$\mu^- \bar{\nu}_\mu$
μ^-	105.658	$2.197 \cdot 10^{-6}$	-	-	1/2	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

Who ordered those ?

- 1943 Louis Leprince-Ringuet e Michel L'Héritier osservano un Kaone
- 1947 I raggi cosmici mostrano nuove particelle: V , θ , τ , κ
- Le proprietà sono apparentemente incomprensibili e vengono battezzate *strane*
se in produzione $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ con $\Delta t \sim 10^{-23} s \approx r_p/c$
perchè in decadimento $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$ con $\Delta t \sim 10^{-9} s$
quando $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p + \pi^0 \rightarrow \pi^- + p$
- 1953 Conferenza di Bagnères-de-Bigorre, Dalitz misura lo spin del Kaone
- 1953 Murray Gell-Mann e Abraham Pais introducono la *stranezza*
- 1953 Entra in funzione il Cosmotrone di Brookhaven
- 1954 Entra in funzione il Bevatrone di Berkeley
- 1955 Owen Chamberlain, Emilio Segrè *et al* scoprono l'antiprotone
- 1955 Formula di Gell-Mann e Nishijima
- 1959 Modello di Sakata, SU(3)
- 1964 Scoperta dell' Ω^-

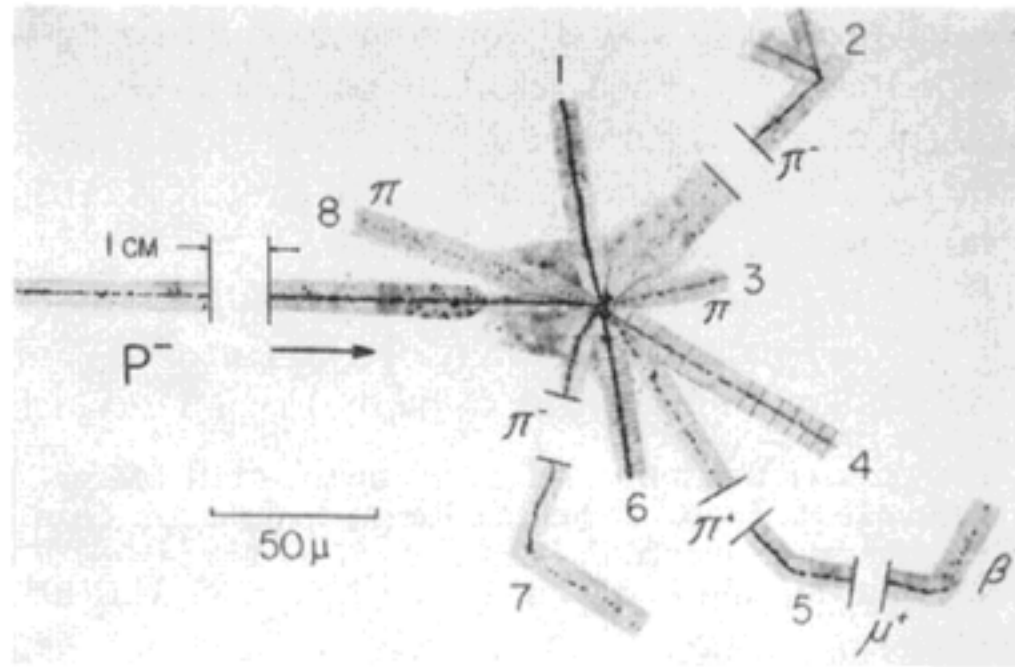
Le particelle Strane



Fotografia presa su camera a nebbia di un evento interpretabile come $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 K^0$ e successivo decadimento $\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-$ e $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Figura tratta da Production of Heavy Unstable Particles by Negative Pions, W.B.Fowler *et al.* Physical Review 93,4 (1954).

Scoperta dell'antiprotone



Emulsione fotografica di un evento interpretabile come $\bar{p} + p \rightarrow \text{adroni}$.

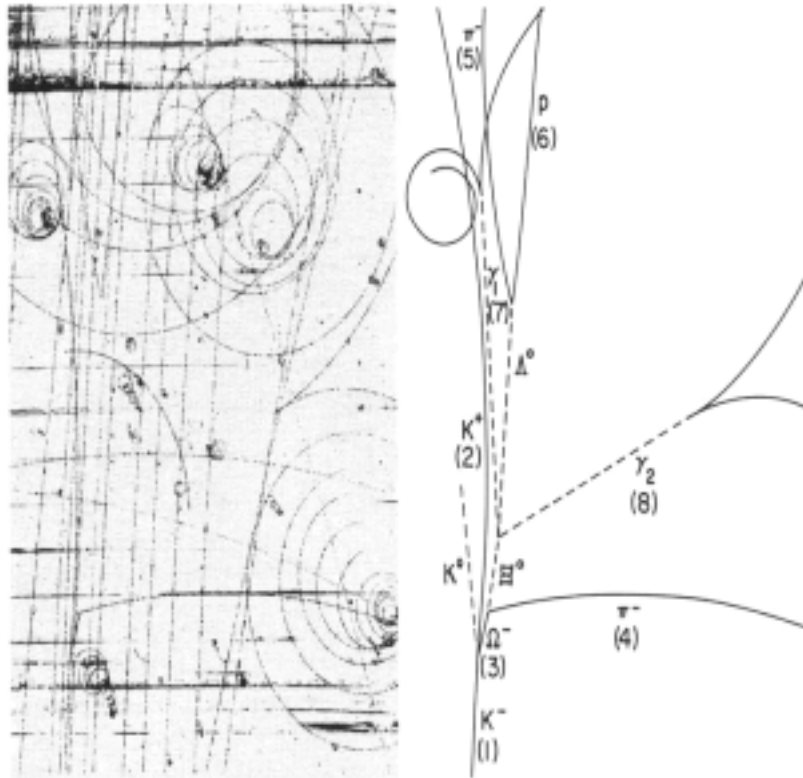
L'antiprotone proviene dall'interazione tra un fascio di protoni e un bersaglio di rame.

Figura tratta da Example of antiproton-nucleon annihilation, O. Chamberlain *et al.* Physical Review 102 (1956).

Le particelle strane

	Massa (MeV/c^2)	Vita Media (10^{-10} s)	Isospin		Stranezza	Spin	Decade in
			T_3	T			
Mesoni							
K^+	493.8	124	+1/2	1/2	+1	0	$\mu^+ \nu_\mu, \pi^+ \pi^0$
K^0	497.7	—	-1/2	1/2	+1	0	$(2\pi, 3\pi)$
$\overline{K^0}$	497.7	—	+1/2	1/2	-1	0	$(\pi^\pm \ell^\mp \nu_\ell)$
K^-	493.8	124	-1/2	1/2	-1	0	$\mu^+ \overline{\nu}_\mu, \pi^- \pi^0$
Iperoni							
Λ^0	1115.7	2.63	0	0	-1	1/2	$p\pi^-, n\pi^0$
Σ^+	1189.4	0.80	1	1	-1	1/2	$p\pi^0, n\pi^+$
Σ^0	1192.6	10^{-10}	0	1	-1	1/2	$\Lambda^0 \gamma$
Σ^-	1197.4	1.48	-1	1	-1	1/2	$n\pi^-$
Ξ^0	1314.8	2.90	+1/2	1/2	-2	1/2	$\Lambda^0 \pi^0$
Ξ^-	1321.3	1.64	-1/2	1/2	-2	1/2	$\Lambda^0 \pi^-$
Ω^-	1672.5	0.82	0	0	-3	3/2	$\Lambda^0 K^-, \Xi^0 \pi^-$

Scoperta dell' Ω^-



Fotografia in camera a bolle di un evento $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^- + K^0$, e successivi decadimenti in cascata $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$, $\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$, $\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Il π^0 decade in due fotoni, ciascuno dei quali produce una coppia $e^+ e^-$.

Figura tratta da Observation of a hyperion with strangeness minus three, V. E. Barnes *et al.* Physical Review Letters 12,8 (1964).

Produzione Associata

Secondo l'ipotesi di conservazione della stranezza sono possibili le reazioni:

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$$

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0$$

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$$

Mentre sono vietate le reazioni:

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$$

$$n + n \rightarrow \Lambda^0 + \Lambda^0$$

Ma cos'è la stranezza e perchè si conserva ?

Il modello di Sakata

Nel 1959, sulla scia della descrizione del nucleone in termini di isospin e di un modello di Fermi e Yang, Shoichi Sakata propose un modello a tre particelle, p , n e Λ per descrivere i mesoni come stati legati particella-antiparticella.

$$B = a_p^\dagger a_p + a_n^\dagger a_n + a_\Lambda^\dagger a_\Lambda = N_p + N_n + N_\Lambda$$

$$\tau_+ = a_p^\dagger a_n \quad \tau_- = a_n^\dagger a_p \quad \tau_0 = \frac{1}{2}(a_p^\dagger a_p - a_n^\dagger a_n)$$

$$U_+ = a_p^\dagger a_\Lambda \quad U_- = a_n^\dagger a_\Lambda \quad D_+ = a_\Lambda^\dagger a_n \quad D_- = a_\Lambda a_p$$

$$N = \frac{1}{3}(a_p^\dagger a_p + a_n^\dagger a_n - 2a_\Lambda^\dagger a_\Lambda) = \frac{1}{3}B + S$$

Questi operatori definiscono un'algebra di SU(3), che ha rango 2. Gli operatori che commutano sono τ_0 e N . Poichè B è costante, il valore di N dipende solo da S .

Gli stati legati di un *sakatone* e un anti-sakatone sono 9 e si ha $3 \otimes 3^* = 8 \oplus 1$. L'ottupletto è a sua volta diviso in un tripletto, due doppietti e un singoletto.

Il tentativo di Sakata era sbagliato, ma il gruppo di simmetria era quello giusto. Il passo successivo fu effettuato nel 1964 da Murray Gell-Mann e George Zweig. Il tripletto fondamentale era composto di particelle fittizie, che Gell-Mann battezzò *quarks*. Nel modello con 3 quarks (uds) si hanno i seguenti stati:

$$3 \otimes 3^* = 8 \oplus 1 = \textit{mesoni} \quad 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 = \textit{barioni}$$

Cosa c'è dentro un protone ?

Le particelle elementari sono dotate di momenti magnetici. Classicamente il magnetismo è dovuto al moto di cariche elettriche e si potrebbe essere indotti a pensare che l'esistenza di un momento magnetico implichi l'esistenza di una struttura interna con moto di cariche elettriche. Tuttavia l'equazione di Dirac mostrò che il momento magnetico dell'elettrone è dovuto al suo spin, e vale

$$\vec{\mu} = 2 \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) \vec{s} = g_s \mu_B \vec{s} \quad \mu = \frac{e\hbar}{2m} (\text{magnetone di Bohr})$$

in eccellente accordo con i dati sperimentali dell'epoca.

Anche il protone ed il neutrone possiedono un momento magnetico, misurati per la prima volta tra il 1933 ed il 1940. I grandi successi della teoria di Dirac e il fatto che:

$$\mu_p = 1.79\mu_B \quad e \quad \mu_n = -1.91\mu_B$$

erano indici del fatto che protone e nucleone avessero una struttura interna complessa.

Fattori di forma anomali segnalano la presenza di una carica elettrica diffusa.

Esperimenti di diffusione

Nel 1909 Hans Geiger e Ernest Marsden, sotto la direzione di Ernest Rutherford, bombardarono con particelle α una sottile lamina d'oro. Con grande sorpresa si accorsero che le particelle α potevano essere deflesse anche a grandi angoli rispetto alla direzione di incidenza.

Un processo di diffusione è un processo in cui l'oggetto da studiare (il bersaglio) viene bombardato con una fascio di particelle preparato appositamente. In genere l'energia delle particelle incidenti è costante, ovvero il fascio è *monocromatico*.

Per indagare la struttura del bersaglio il principio di indeterminazione richiede:

$$p > \frac{\hbar}{\Delta x} \approx \frac{200 \text{ MeV fm}}{\Delta x}$$

Servono 10-100 MeV/c per i nuclei e qualche GeV/c per quella del protone.

$$a(E_a, \vec{p}_a) + b(m_b, \vec{0}) \rightarrow a(E'_a, \vec{p}'_a) + b(E_b, \vec{p}_b) \quad \text{diffusione elastica}$$

$$a(E_a, \vec{p}_a) + b(m_b, \vec{0}) \rightarrow a(E'_a, \vec{p}'_a) + X(E_x, \vec{p}_x) \quad \text{diffusione anelastica}$$

La sezione d'urto

I processi di diffusione dipendono, a parità di particelle incidenti e di densità del bersaglio, dalla probabilità che ha una singola reazione di avvenire. Questa a sua volta dipende dalla natura delle particelle e dalle energie in gioco. La quantità fondamentale che collega le grandezze osservate alla probabilità della reazione è la *sezione d'urto*.

$$\sigma(a + b \rightarrow X) = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{a+b \rightarrow X} / \left(\frac{dn_a}{dt} \times \frac{dn_b}{dA}\right)$$

In pratica si usano quasi sempre sezioni d'urto differenziali $d\sigma/d\Omega$ (Ω è l'angolo solido sotteso) o doppio differenziali $d^2\sigma/d\Omega dE_a$ (E_a è l'energia del fascio).

$$d\sigma(a + b \rightarrow n_f) = \frac{(2\pi)^4}{4\sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}} |\langle f | H | i \rangle|^2 \prod_{j=1}^{n_f} \frac{d\vec{p}_j}{(2\pi^3) 2E_j} \delta^4(p_i - p_f)$$

L'ampiezza di transizione $\langle f | H | i \rangle$ contiene l'informazione sulla dinamica del processo ed i restanti fattori garantiscono la conservazione dell'energia-impulso e la normalizzazione.

La deflessione della particella incidente è indicata dall'angolo θ .

L'energia trasferita nell'urto da $\Delta E = E_a - E'_a$,

il quadrimpulso da $q^2 = (E_a - E'_a)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}'_a)^2$.

Per comodità si usano $Q^2 = -q^2$ e $\Delta E = \nu$.

Diffusione elettrone-protone

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Quando il bersaglio è dotato di spin 1/2 e di massa finita:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{2E}{m} \sin^4 \frac{\theta}{2}\right)} \left(1 + \frac{Q^2}{2m^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

Tuttavia il protone, che ha spin 1/2, non è una particella puntiforme

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)'_{m,1/2} \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

Le funzioni $G_{E,M}(Q^2)$ si chiamano i fattori di forma elettrico e magnetico:

$$G_E^p(0) = 1, G_E^n(0) = 0, G_M^p(0) = 2.79, G_M^n(0) = -1.91. \tau = \frac{Q^2}{4m^2}.$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)'_{m,1/2} [W_2(Q^2) + 2W_1(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}]$$

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}\right)_{Rosenbluth} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)'_{Mott} [W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}] \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m_p}\right)$$

I partoni

Gli esperimenti condotti a SLAC alla fine degli anni '70 misurarono la diffusione $e^- + H$ ed $e^- + D$ a diversi angoli di diffusione ed energie dell'elettrone diffuso. Risultò che:

$$W_2(Q^2, \nu) = W_2\left(\frac{Q^2}{2m_p\nu}\right) = W_2(x)$$

Questo risultato mostra che all'interno del protone vi sono componenti elementari.

La funzione di struttura $W_1(x)$ è diversa da zero in virtù dello spin non nullo del bersaglio. Per una particella di spin $1/2$ si ha la relazione di Callan-Gross:

$$2xm_pW_1(x) = \nu W_2(x)$$

che è rimarcabilmente ben osservata dai dati.

Questo risultato mostra che i costituenti del protone hanno spin $1/2$.

I componenti del protone vennero battezzati *partoni* da Richard Feynman, ma ben presto ci si accorse che avevano tutte le caratteristiche dei *quarks* introdotti da Murray Gell-Mann nel 1964 per spiegare la classificazione delle particelle. Secondo il modello a quark il protone è costituito dai tre quarks uud e il neutrone da udd .

I gluoni

Se protone e neutrone sono formati da partoni (e qualche altra semplificazione tecnica):

x = frazione di impulso del componente i -esimo

$p_i(x)$ distribuzione di x per il partone i -esimo, $\int_0^1 p(x) dx = f_i$

$$mW_1(x) = \sum_i \frac{1}{2} q_i^2 p_i(x) \quad \nu W_2(x) = \sum_i q_i^2 x p_i(x)$$

Se il protone fosse uno stato uud e il neutrone udd :

$$\int_0^1 \nu W_2^p(x) dx = \frac{1}{9} (4f_u + f_d) \quad \int_0^1 \nu W_2^D(x) dx = \frac{5}{18} (f_u + f_d)$$

Dai valori sperimentali 0.18 e 0.15 si ottiene $f_u = 36\%$ e $f_d = 18\%$.

Questo risultato indica che il rapporto u/d = nel protone è coerente con l'ipotesi uud , e che circa il 50% dell'impulso del protone è dovuto ad altri costituenti, elettricamente neutri.

Questa è una indicazione dell'esistenza dei gluoni.

Il modello a Quark

Il modello a quark nasce per spiegare le caratteristiche dei mesoni e barioni e si fonda sulla classificazione degli stati grazie alla teoria dei gruppi.

I quark hanno spin $1/2$ e due nuove proprietà: il sapore e il colore.

Il **sapore** distingue i quark tra di loro: u, d, s, c, b, t , il **colore** è l'equivalente della carica elettrica e può avere tre stati di colore: b, g, r .

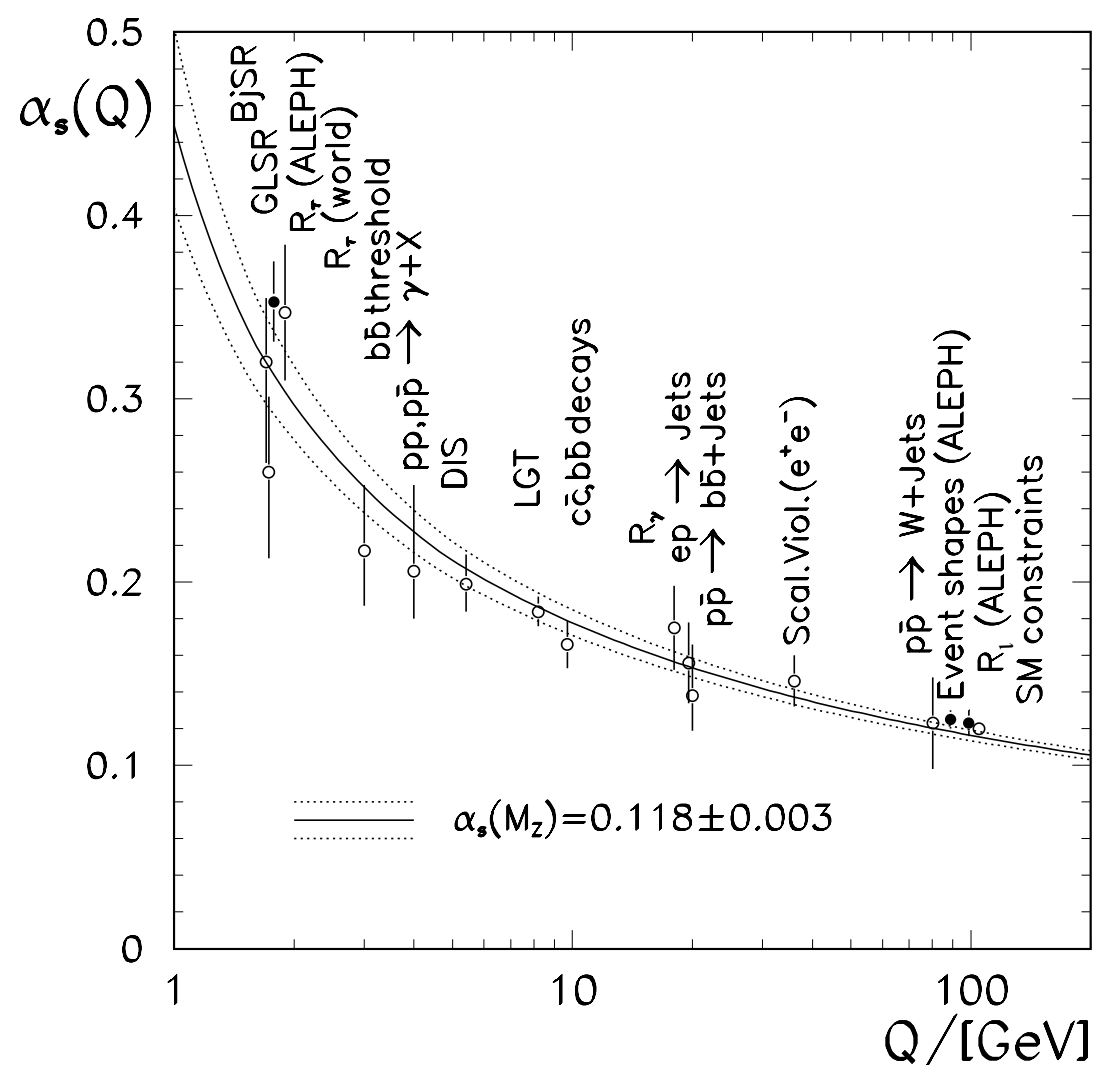
I quark sentono l'effetto di tutte le forze. La dinamica della forza forte si basa su l'invarianza secondo una simmetria $SU(3)_c$ di colore ed è mediata da 8 gluoni, che hanno carica di colore:

$$r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{r}, b\bar{g}, \frac{r\bar{r} - g\bar{g}}{\sqrt{2}}, \frac{r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b}}{\sqrt{6}}$$

Una conseguenza della simmetria $SU(3)_C$ è che gli stati legati di quark hanno colore nullo; pertanto stati legati qq non esistono, mentre stati legati $q\bar{q}$ sì. Le particelle formate da quark si chiamano *adroni*. I mesoni corrispondono a stati $q\bar{q}$, mentre i barioni corrispondono a stati qqq .

Le due principali caratteristiche dei quark negli stati legati sono **la libertà asintotica** e **il confinamento**. La prima indica il fatto che i quark in uno stato legato si comportano come se fossero liberi, il secondo che è praticamente impossibile *ionizzare* uno stato legato di quark, cioè osservare un quark isolato.

$\alpha(Q^2)$



I Mesoni

$$\psi_{totale} = \xi_{sapore} \cdot \phi_{colore} \cdot \eta_{spaziale} \cdot \chi_{spin}$$

$$\xi_{sapore} = SU(n) \quad n = \text{numero dei quarks}$$

$$\phi_{colore} = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})/\sqrt{3}$$

$$\eta_{spaziale} = \eta_{spaziale}(L) \quad L = 0, 1, 2, \dots$$

Gli stati con diversi L sono generalmente indicati con lo stesso nome:
 π , $\pi(1300)$, $\pi(1800)$.

$$\chi_{spin} = \begin{cases} \text{Tripletto} = |1, 1\rangle (\uparrow\uparrow) & |1, 0\rangle (\frac{\uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow}{\sqrt{2}}) & |1, -1\rangle (\downarrow\downarrow) \\ \text{Singoletto} = |0, 0\rangle (\frac{\uparrow\downarrow-\downarrow\uparrow}{\sqrt{2}}) \end{cases}$$

$$m_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \frac{8\hbar^3}{9c^3} \frac{\pi\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}} |\psi(0)|^2 \times \begin{cases} 4s_1 \cdot s_2 = -3 (S=0) & \text{mesoni pseudoscalari} \\ 4s_1 \cdot s_2 = +1 (S=1) & \text{mesoni vettoriali} \end{cases}$$

L	S	J=L+S	Mesoni	Esempi
0	0	0	pseudoscalari	π , $\eta(547)$, $\eta'(958)$, $K(493)$
0	1	1	vettoriali	$\rho(770)$, $\omega(782)$, $\phi(1020)$, $K^*(892)$
1	0	1	pseudovettoriali	$b_1(1235)$, $h_1(1170)$, $h_1(1380)$, K_{1B}
1	1	0	scalari	$a_0(1450)$, $f_0(1370)$, $K_0^*(1430)$
Altro			tensoriali	Molti ancora ...

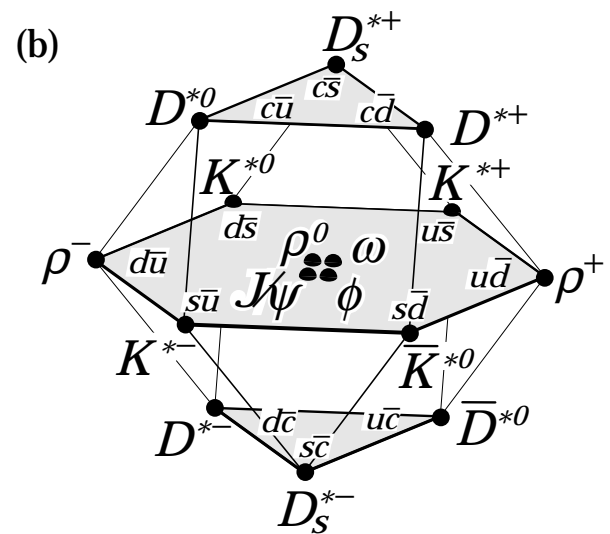
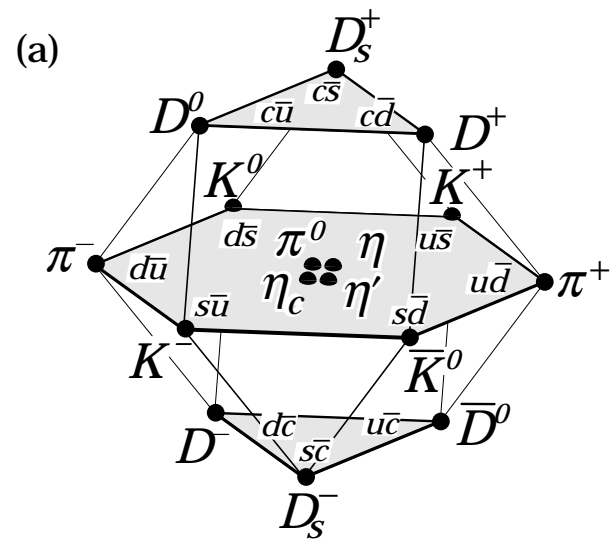
Mesoni composti dai quarks u, d, s

Nome	Quarks	Spin	Carica	Massa (MeV/c^2)
π^0	$(u\bar{u}-d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	0	134.9764
π^+	$u\bar{d}$	0	+1	139.5699
π^-	$d\bar{u}$	0	-1	139.5699
K^+	$u\bar{s}$	0	+1	493.68
K^-	$s\bar{u}$	0	-1	493.68
K^0	$d\bar{s}$	0	0	497.67
$\overline{K^0}$	$s\bar{d}$	0	0	497.67
η	$(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})\sqrt{6}$	0	0	547.3
η'	$(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	0	957.8
ρ^0	$(u\bar{d}-d\bar{u})/\sqrt{2}$	1	0	769
ρ^+	$u\bar{d}$	1	+1	767
ρ^-	$d\bar{u}$	1	-1	767
ω	$(u\bar{d}+d\bar{u})/\sqrt{2}$	1	0	781.9
K^{*+}	$u\bar{s}$	1	+1	891.7
K^{*-}	$s\bar{u}$	1	-1	891.7
K^{*0}	$d\bar{s}$	1	0	896.1
$\overline{K^{*0}}$	$s\bar{d}$	1	0	896.1
ϕ	$s\bar{s}$	1	0	1019.413

Spettroscopia dei Mesoni

$N \ 2S+1L_J$	J^{PC}	$u\bar{d}, u\bar{u}, d\bar{d}$ $I = 1$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ $I = 0$	$c\bar{c}$ $I = 0$	$b\bar{b}$ $I = 0$	$\bar{s}u, \bar{s}d$ $I = 1/2$	$c\bar{u}, c\bar{d}$ $I = 1/2$	$c\bar{s}$ $I = 0$	$\bar{b}u, \bar{b}d$ $I = 1/2$	$\bar{b}s$ $I = 0$	$\bar{b}c$ $I = 0$
$1 \ ^1S_0$	0^{-+}	π	η, η'	η_c		K	D	D_s	B	B_s	B_c
$1 \ ^3S_1$	1^{--}	ρ	ω, ϕ	$J/\psi(1S)$	$\Upsilon(1S)$	$K^*(892)$	$D^*(2010)$	D_s^*	B^*	B_s^*	
$1 \ ^1P_1$	1^{+-}	$b_1(1235)$	$h_1(1170), h_1(1380)$	$h_c(1P)$		K_{1B}^\dagger	$D_1(2420)$	$D_{s1}(2536)$			
$1 \ ^3P_0$	0^{++}	$a_0(1450)^*$	$f_0(1370)^*, f_0(1710)^*$	$\chi_{c0}(1P)$	$\chi_{b0}(1P)$	$K_0^*(1430)$					
$1 \ ^3P_1$	1^{++}	$a_1(1260)$	$f_1(1285), f_1(1420)$	$\chi_{c1}(1P)$	$\chi_{b1}(1P)$	K_{1A}^\dagger					
$1 \ ^3P_2$	2^{++}	$a_2(1320)$	$f_2(1270), f_2'(1525)$	$\chi_{c2}(1P)$	$\chi_{b2}(1P)$	$K_2^*(1430)$	$D_2^*(2460)$				
$1 \ ^1D_2$	2^{-+}	$\pi_2(1670)$	$\eta_2(1645), \eta_2(1870)$			$K_2(1770)$					
$1 \ ^3D_1$	1^{--}	$\rho(1700)$	$\omega(1650)$	$\psi(3770)$		$K^*(1680)^\ddagger$					
$1 \ ^3D_2$	2^{--}					$K_2(1820)$					
$1 \ ^3D_3$	3^{--}	$\rho_3(1690)$	$\omega_3(1670), \phi_3(1850)$			$K_3^*(1780)$					
$1 \ ^3F_4$	4^{++}	$a_4(2040)$	$f_4(2050), f_4(2220)$			$K_4^*(2045)$					
$2 \ ^1S_0$	0^{-+}	$\pi(1300)$	$\eta(1295), \eta(1440)$	$\eta_c(2S)$		$K(1460)$					
$2 \ ^3S_1$	1^{--}	$\rho(1450)$	$\omega(1420), \phi(1680)$	$\psi(2S)$	$\Upsilon(2S)$	$K^*(1410)^\ddagger$					
$2 \ ^3P_2$	2^{++}		$f_2(1810), f_2(2010)$		$\chi_{b2}(2P)$	$K_2^*(1980)$					
$3 \ ^1S_0$	0^{-+}	$\pi(1800)$	$\eta(1760)$			$K(1830)$					

Mesoni composti dai quarks u, d, s, c secondo SU(4)



I Barioni

$$\xi_{sapore} = SU(n) \quad n = \text{numero dei quarks}$$

$$\eta_{spaziale} = \eta_{spaziale}(L) \quad L = 0, 1, 2, \dots$$

$$\phi_{colore} = \text{complessa}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \uparrow\uparrow\uparrow \implies \text{spin } 3/2 \text{ simmetrica} \\ \uparrow\downarrow\uparrow \implies \text{spin } 1/2 \text{ simmetria mista} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \uparrow\downarrow\uparrow \implies \text{spin } 1/2 \text{ simmetria mista} \end{array} \right.$$

$$\psi_{totale} = 3\text{fermioni} \rightarrow \text{antisimmetrica}$$

Se $S = 1/2$ e $L = 0$ la parte di spin è a simmetria mista. Pertanto la parte di sapore deve essere anch'essa a simmetria mista. Per gli stati uuu , ddd e sss questo non è possibile e quindi non possono esistere.

$$p \uparrow = \frac{1}{18} [2u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow + 2u^\uparrow d^\downarrow u^\uparrow + 2d^\downarrow u^\uparrow u^\uparrow + \\ - u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow - u^\uparrow d^\uparrow u^\downarrow - u^\downarrow d^\uparrow u^\uparrow - d^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - d^\uparrow u^\uparrow u^\downarrow]$$

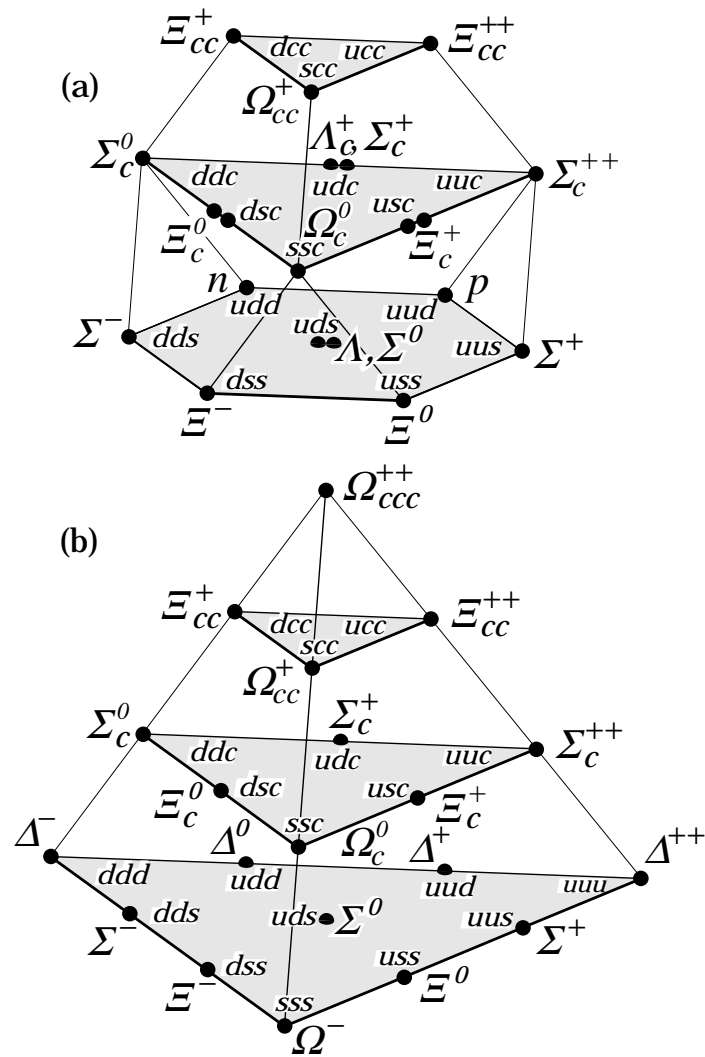
Usando $m_u \simeq m_d \sim 340 \text{ MeV}/c^2$ si ottengono i valori corretti dei momenti magnetici anomali del protone e del neutrone.

Per $L > 0$ la trattazione è estremamente complessa, si identificano più di 40 stati eccitati composti da quark u e d che prendono il nome di N e Δ .

Barioni composti dai quarks u, d, s

Nome	Quarks	Spin	Carica	Massa (MeV/c^2)
p	uud	$1/2$	1	938.3
n	udd	$1/2$	0	939.6
Λ^0	udd	$1/2$	0	1115.7
Σ^+	uus	$1/2$	1	1189.4
Σ^0	uds	$1/2$	0	1192.6
Σ^-	dds	$1/2$	-1	1197.4
Ξ^0	uss	$1/2$	0	1315
Ξ^-	dss	$1/2$	-1	1321
Δ^{++}	uuu	$3/2$	2	1232
Δ^+	uud	$3/2$	1	1232
Δ^0	udd	$3/2$	0	1232
Δ^-	ddd	$3/2$	-1	1232
Σ^{*+}	uus	$3/2$	1	1383
Σ^{*0}	uds	$3/2$	0	1384
Σ^{*-}	dds	$3/2$	-1	1387
Ξ^{*0}	uss	$3/2$	0	1532
Ξ^{*-}	dss	$3/2$	-1	1535
Ω^-	sss	$3/2$	-1	1672.4

Barioni con quarks u, d, s, c secondo $SU(4)$



Le collisioni e^+e^-

Gli stati finali di una annichilazione $e^+e^- \rightarrow \gamma$ sono leptoni e quark.

Vi sono quattro categorie di processi fondamentali:

1. $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$
2. $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$
3. $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$
4. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni}$

Le collisioni $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ sono particolarmente semplici poichè è possibile imporre la conservazione del quadrimpulso ai prodotti finali. Chiamando $e^- = (E_b, \vec{p}_b)$, $e^+ = (E_b, -\vec{p}_b)$, $f = (E, \vec{p})$, $\bar{f} = (E, -\vec{p})$:

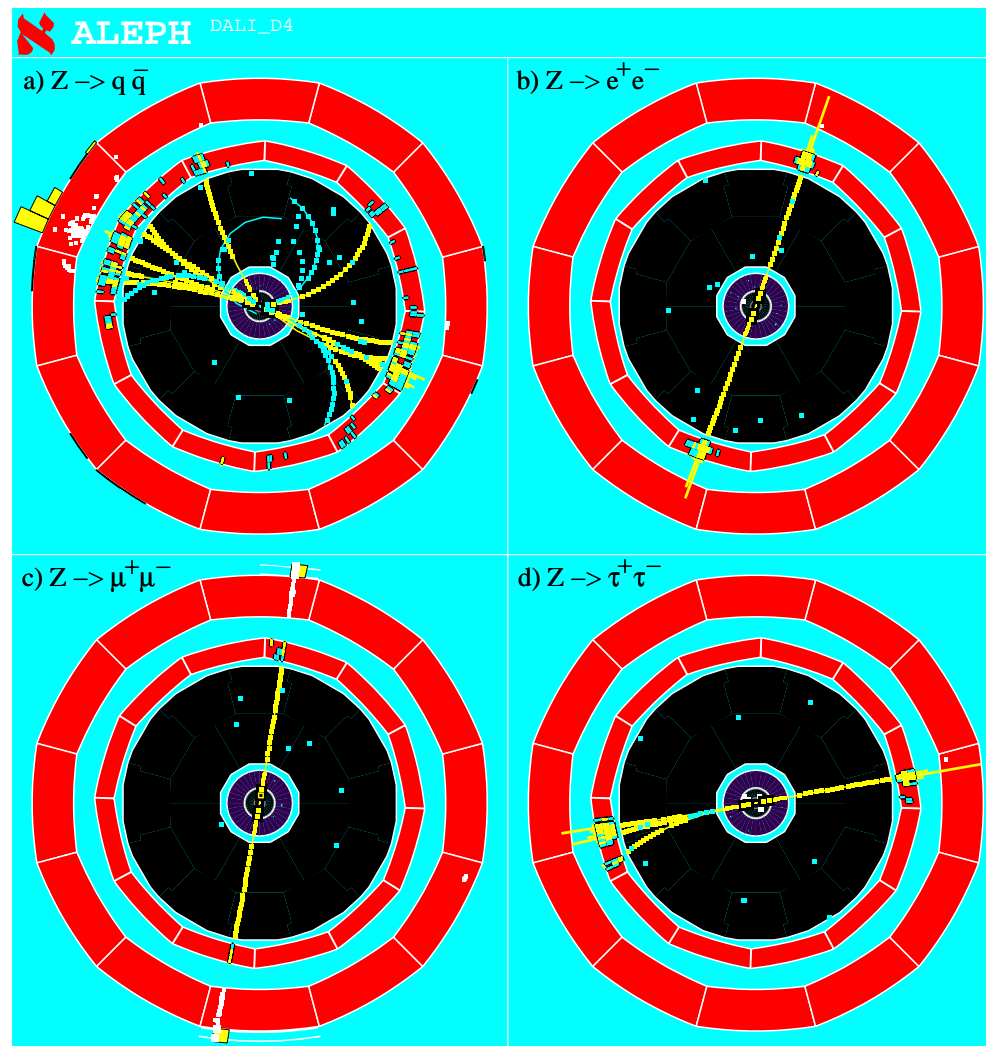
$$s^2 = (E_b + E_b)^2 + (\vec{p}_b - \vec{p}_b)^2 = 4E_b^2$$

$$E = \sqrt{s}/2 = \sqrt{p^2 + m_f^2} \quad p = |\vec{p}| = \sqrt{s^2/4 - m_f^2}$$

Da cui si vede che il processo può aver luogo solo se $\sqrt{s} \geq 2m_f$. La conservazione del quadrimpulso pone dei vincoli sul modulo di \vec{p} .

La distribuzione angolare dei prodotti dipende dalla spin delle particelle nello stato finale. La direzione di \vec{p} si indica tradizionalmente in coordinate polari tramite i due angoli (θ, ϕ) .

$$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$$



Ricostruzione al computer di eventi $q\bar{q}$, e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ e $\tau^+\tau^-$ osservati dal rivelatore ALEPH.

Il rapporto R

Quando f è una particella di spin $1/2$ la sezione d'urto per il processo di annichilazione $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow f\bar{f}$ vale:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Q_f^2 N_c \frac{\alpha^2}{4s} \beta [1 + \cos^2 \theta + (1 - \beta^2) \sin^2 \theta]$$

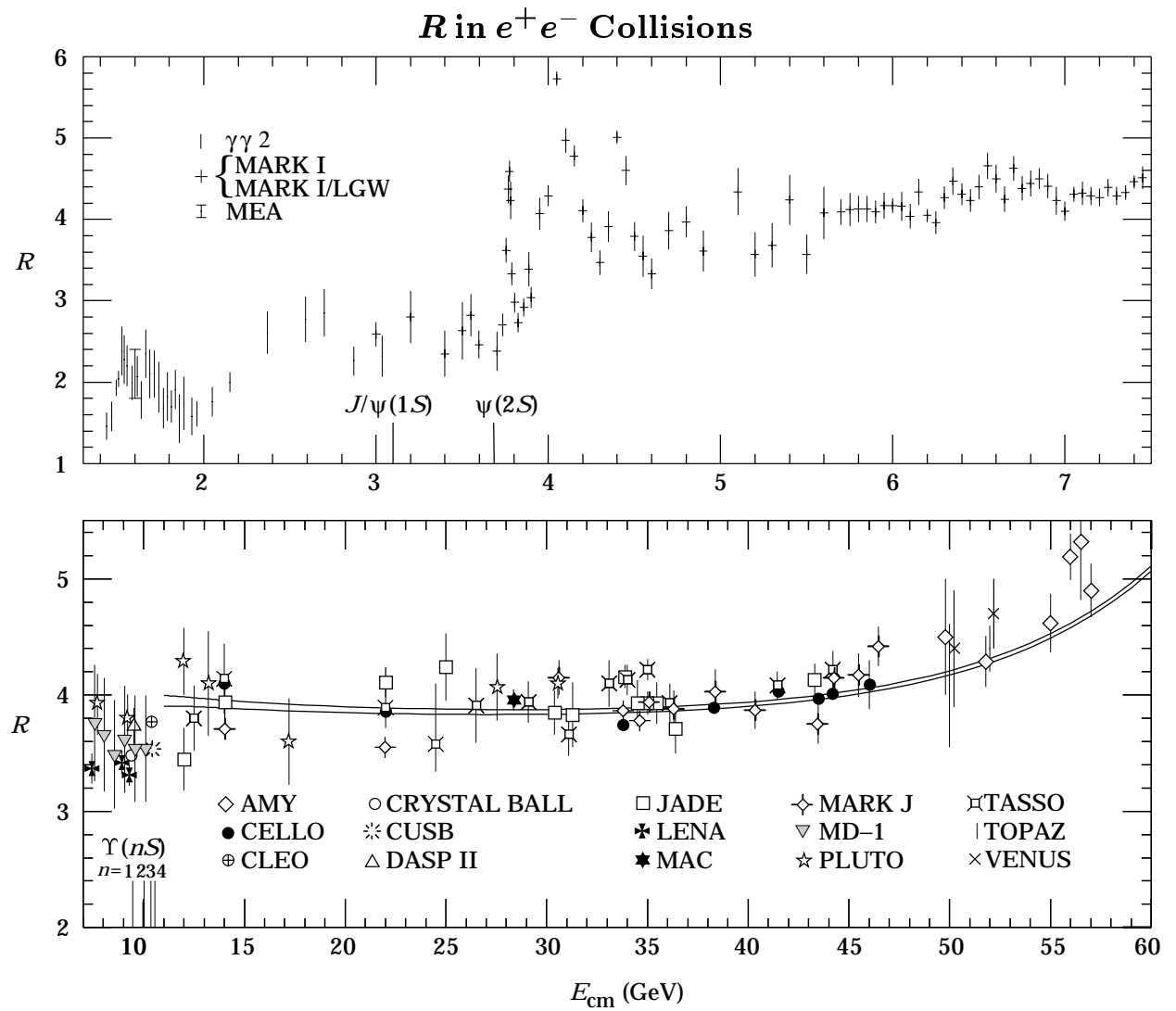
Se f è un leptone i prodotti finali sono facilmente identificabili, se tuttavia f è un quark il fenomeno dell'adronizzazione impedisce di osservarlo direttamente. Quello che si osserva sono invece degli adroni. Per poter verificare la validità dell'espressione della sezione d'urto quello che si fa è calcolare il rapporto:

$$R = \frac{d\sigma_{adroni}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\mu^+\mu^-}}{d\Omega} = \sum_i^{N(2m < \sqrt{s})} N_c Q_i^2$$

R è una funzione a gradino che cresce al crescere dell'energia nel centro di massa \sqrt{s} . I gradini corrispondono alle soglie di produzione dei quark: $\sqrt{s} = 2m$.

La misura di R conferma quindi l'esistenza del colore e il valore frazionario della carica elettrica dei quarks.

Misure di R



Le risonanze

Quando $\sqrt{s} \simeq M$, dove M è la massa di una particella fisica con gli stessi numeri quantici del fotone, la sezione d'urto mostra un picco, tipico dei fenomeni di risonanza:

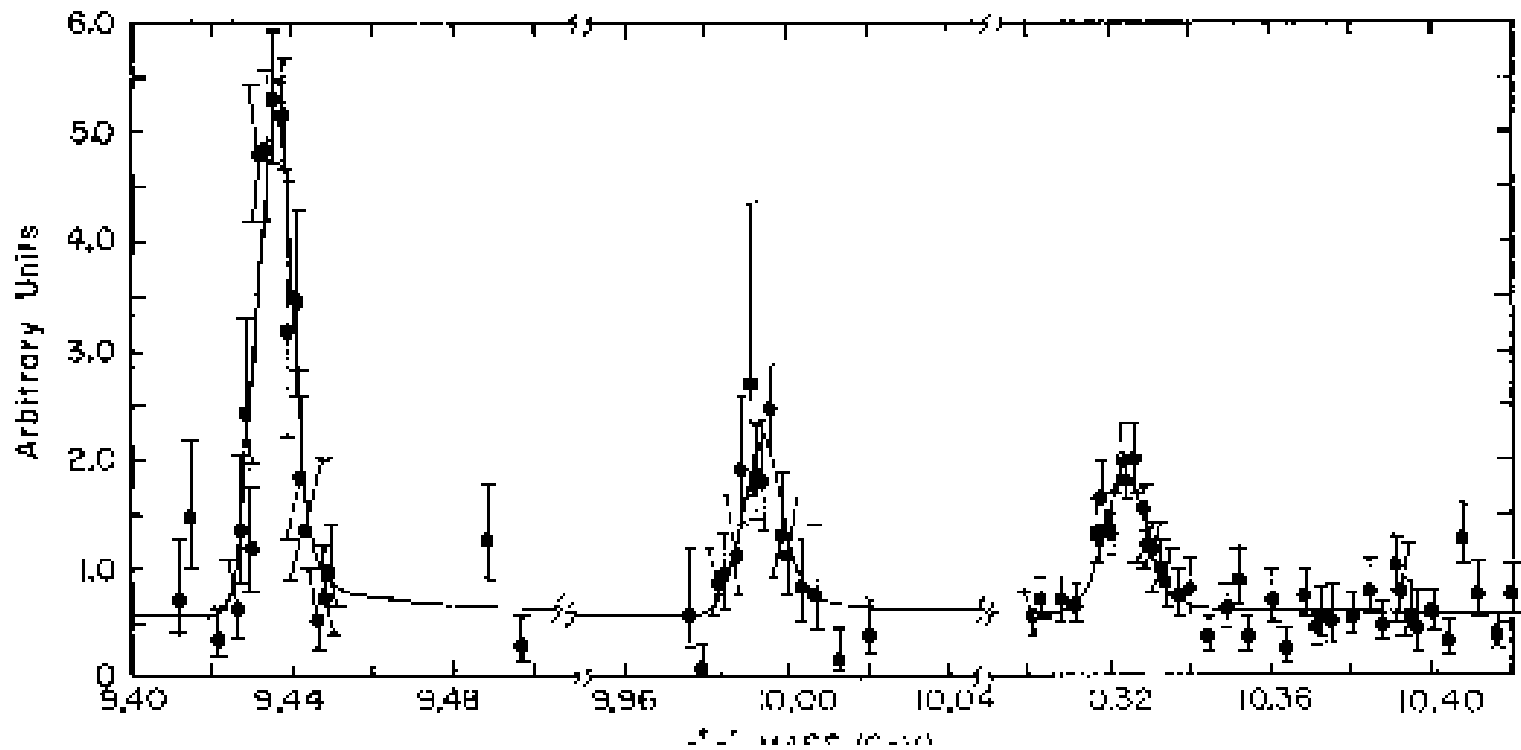
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{\alpha^2}{4s} \beta [1 + \cos^2 \theta + (1 - \beta^2) \sin^2 \theta] \times \\ \left[1 - \frac{g^2}{e^2} \frac{(M^2 - s)s}{(M^2 - s^2)^2 + M^2\Gamma^2} + \frac{g^4}{e^4} \frac{s^2}{(M^2 - s^2)^2 + M^2\Gamma^2}\right]$$

dove $\Gamma = 1/\tau$ è la larghezza della risonanza (τ è la vita media), e g è l'accoppiamento della risonanza a $\mu^+\mu^-$.

Nelle interazioni e^+e^- le risonanze corrispondono alle particelle quali ρ , ω , $\phi(s\bar{s})$, $J/\Psi(c\bar{c})$ (scoperta nel 1974), $\Upsilon(b\bar{b})$ (scoperta nel 1977).

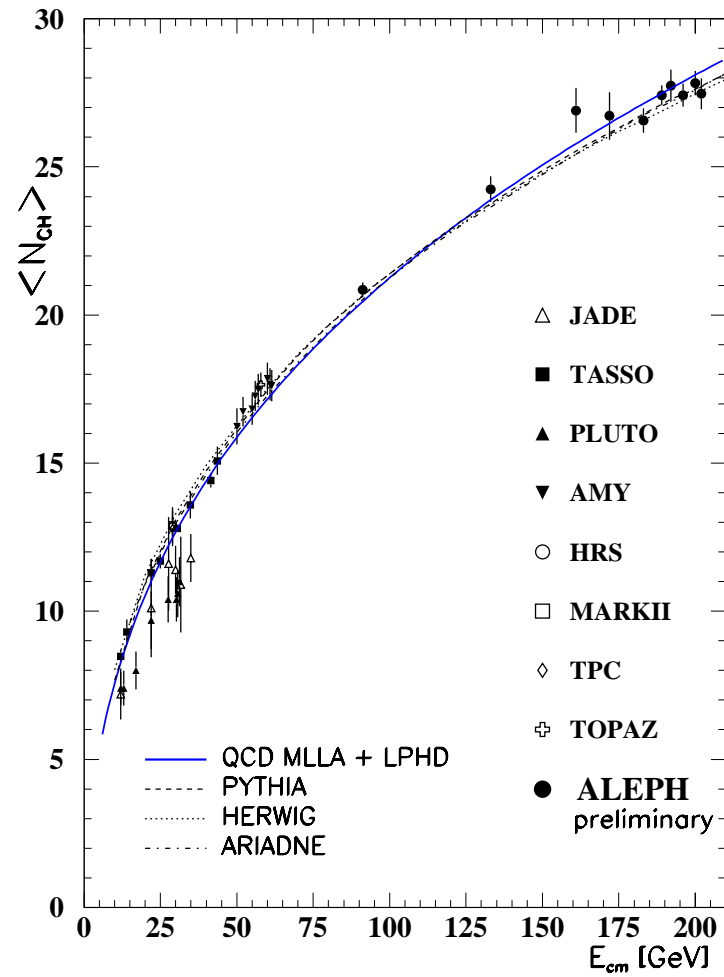
Queste risonanze sono formate da una coppia $q\bar{q}$. In pratica quando $\sqrt{s} \simeq m_{q\bar{q}}$ è come se i due quark venissero prodotti "fermi" e avessero la possibilità di formare uno stato legato che poi decade. La comparsa del picco nella sezione d'urto segnala quindi la presenza di una nuova soglia per la produzione di quark, ed è uno di modi più spettacolari di evidenziare la presenza di una nuova particella.

$$e^+e^- \rightarrow \Upsilon$$



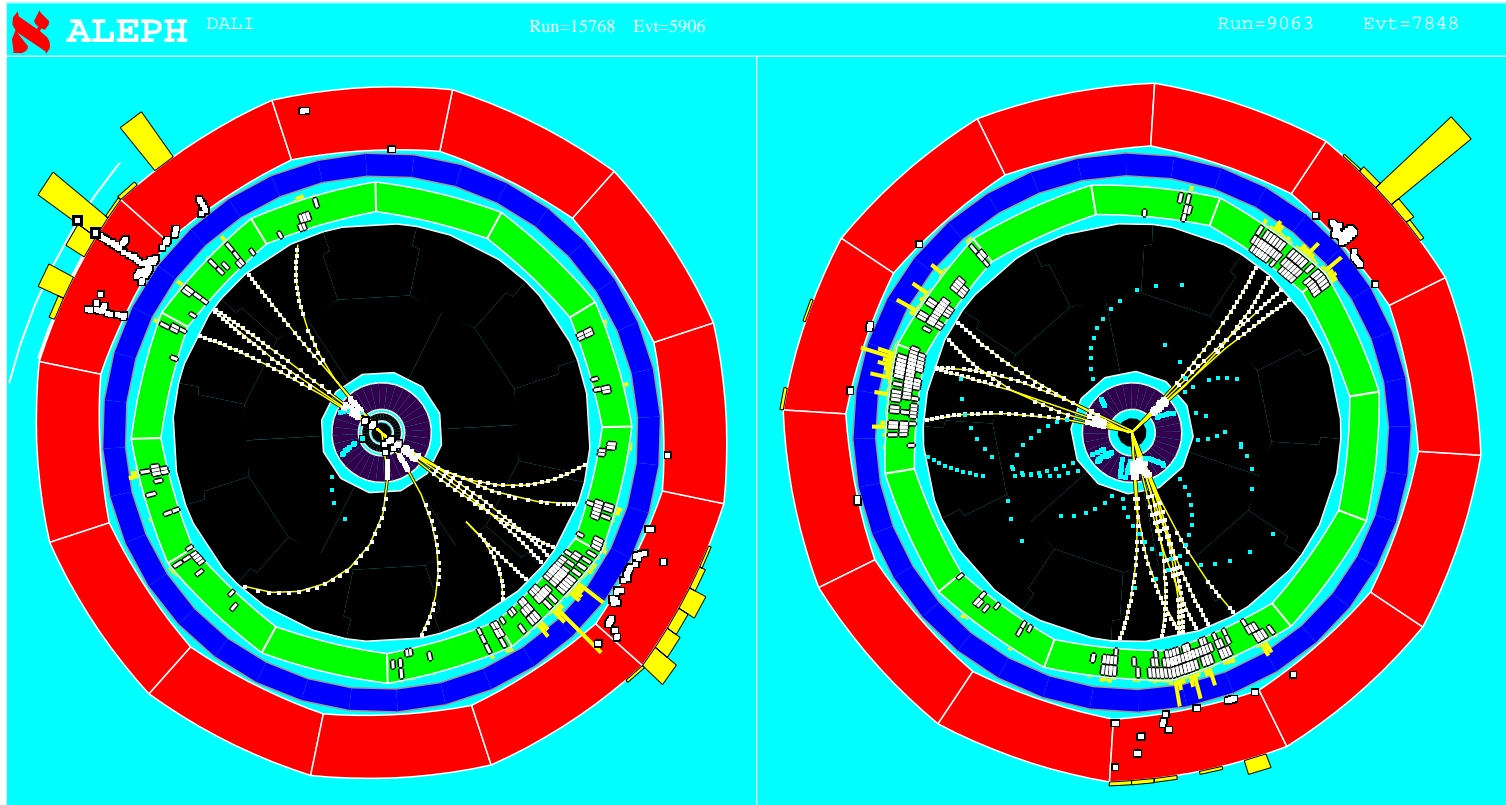
Risonanze dovute agli stati legati $b\bar{b}$ osservate dal rivelatore CUSB.
Figura tratta da Observation of Υ , Υ' , Υ'' at the Cornell Storage Ring.
T. Bohringer *et al*, Physics Review Letters 44 (1980)

Molteplicità in e^+e^-

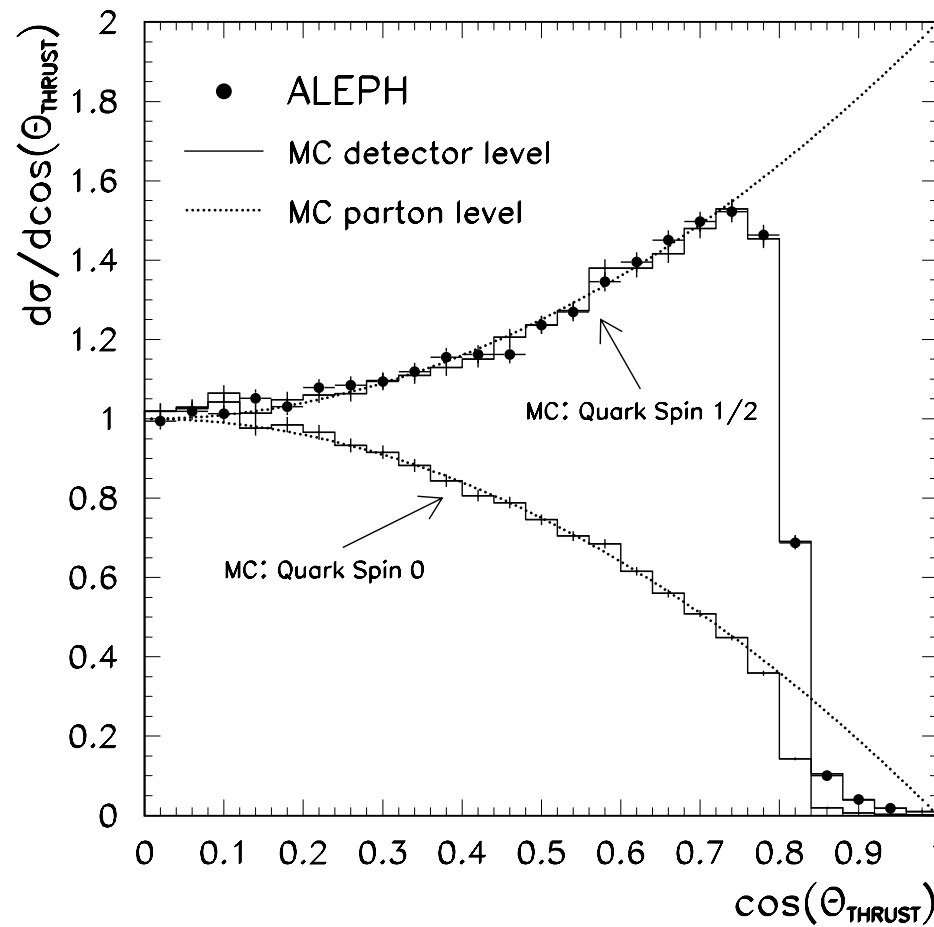


Numero medio di particelle cariche in funzione di $E_{cm} = \sqrt{s}$ in eventi $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$.

$$e^+e^- \rightarrow \text{jets}$$



Ricostruzione al computer di eventi a 2 e 3 jets osservati dal rivelatore ALEPH.

$e^+e^- \rightarrow \text{jets}$ 

La distribuzione angolare dei jets è sensibile al loro spin. I dati mostrano un'ottimo accordo con l'ipotesi di quark di spin 1/2.

Conclusioni

- La comprensione attuale dei componenti elementari della materia e delle tre forze elettromagnetica, debole e forte ha richiesto circa un secolo
- Il Modello Standard descrive perfettamente tutti i dati sperimentali fino ad energie di 200GeV ovvero $\approx 10^{-18}\text{fm}$
- Tuttavia il Modello Standard perde coerenza matematica quando deve fare previsioni su fenomeni ad energie del TeV
- Questa è l'attuale frontiera e l'obiettivo della prossima generazione di esperimenti ai grandi acceleratori

Grazie per la pazienza

BIBLIOGRAFIA

Per tutti:

Un libro divulgativo di formato accattivante è:

Dai Quark al Cosmo

L. M. Lederman, D. N. Schramm

Zanichelli

Un eccellente libro storico è:

Inward Bound

A. Pais

Oxford University Press

Testi introduttivi di livello universitario:

Un buon libro, ad ampio respiro e relativamente semplice è:

Particles and Nuclei

B. Powh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche

Springer Verlag

Un classico testo di studio in italiano, anche se datato è:

Nuclei e Particelle

E. Segrè

Zanichelli

Un testo sul ruolo dei gruppi di simmetria nel modello a quarks:

Unitary symmetry and elementary particles

D. B. Lichtenberg

Academic Press

Per gli esperti:

Un libro per appassionati che ripercorre gli esperimenti fondamentali attraverso una collezione di articoli originali è:

The Experimental Foundation of Particle Physics

R. Cahn e G. Goldhaber

Cambridge University Press

Un libro estremamente difficile ma molto interessante è:

Conceptual Foundations of Modern Particle Physics

R. E. Marshak

World Scientific Pub. Co.